INDICAZIONI PER IL RIPASSO ESTIVO DI MATEMATICA
AI NUOVI STUDENTI DELLE CLASSI PRIME PROFESSIONALE

Per un adeguato ripasso delle competenze e conoscenze considerate essenziali in matematica per un buon inizio della prima classe, i docenti di matematica consigliano di rivedere i seguenti argomenti e di svolgere, durante il periodo estivo gli esercizi di seguito proposti. Ciò al fine di facilitare l'acquisizione delle conoscenze e competenze della classe prima.

COMPETENZE E CONOSCENZE RICHIESTE

ARITMETICA e ALGEBRA

- Conoscere il significato di ciascuna delle sei operazioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, elevamento a potenza, estrazione di radice), negli insiemi dei numeri naturali, interi relativi e razionali.
- Conoscere le proprietà dello zero riferite alle operazioni aritmetiche (somma, differenza, prodotto, divisione); ad esempio sapere se certe scritture, come 0:0, 0:5, 5:0, 0x3, 0+6, 6-0 corrispondono ad operazioni che si possono eseguire oppure no, e - se si possono eseguire - saperne determinare il risultato.
- Saper scomporre in fattori i numeri naturali compresi fra 2 e 100.
- Saper calcolare il MCD e mcm di due o più numeri con il metodo della scomposizione in fattori primi.
- Conoscere i numeri razionali, saperli rappresentare sia sotto forma di frazione sia in forma decimale; saper passare dalla rappresentazione sotto forma di frazione a quella decimale (numeri interi, decimali finiti, illimitati periodici semplici e misti) e viceversa, saperli confrontare e rappresentarli sulla retta orientata. Saper risolvere problemi con le frazioni.
- Saper semplificare espressioni con numeri razionali in cui compaiono operazioni con potenze e con numeri decimali finiti e periodici.
- Conoscere i formalismi nell’uso delle parentesi e le precedenze degli operatori.
- Possedere il concetto di percentuale saperla calcolare e saper risolvere problemi.
- Conoscere e saper applicare i concetti fondamentali del calcolo letterale.
- Saper operare con i monomi e i polinomi.
- Saper calcolare equazioni e problemi di primo grado.

GLI INSIEMI NUMERICI

NUMERI NATURALI E INTERI

1. **Vero o falso**?

	V	F
$5^2 = 5 \cdot 5$		
$5^2 = 5 \cdot 2$		
$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$		

	V	F
$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$		
$10^2 = 10 \cdot 10$		
$10^2 = 10 \cdot 2$		

2. **Completare**:

$2^1 =$ ……… $3^0 =$ ……… $0^2 =$ ……… $1^2 =$ ………

$0^5 =$ ……… $1^1 =$ ……… $1^{12} =$ ……… $5^0 =$ ………

$9^1 =$ ……… $1^0 =$ ……… $0^4 =$ ……… $1^4 =$ ………

3. **Trovare** due numeri che sommati danno 7 e moltiplicati danno 10.

4. **Trovare** due numeri la cui somma è 8 e il cui prodotto è 12.

5. Usando i numeri primi e la moltiplicazione si possono "costruire" tutti gli altri numeri. Si parla di **scomposizione in fattori primi** di un dato numero naturale.
Ecco la lista dei numeri primi minori di 50:
2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47

Prova ora a esprimere tutti i numeri naturali minori di 40 come prodotto di numeri primi (come negli esempi).

$4 = 2 \cdot 2 = 2^2$ 28 = ...

$6 = 2 \cdot 3$ 30 = ...

$8 = 4 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ 32 = ...

9 = ... 33 = ...

10 = ...

12 = 4 · 3 = 2 · 2 · 3 =

14 = ...

15 = ...

16 = ...

34 = ...

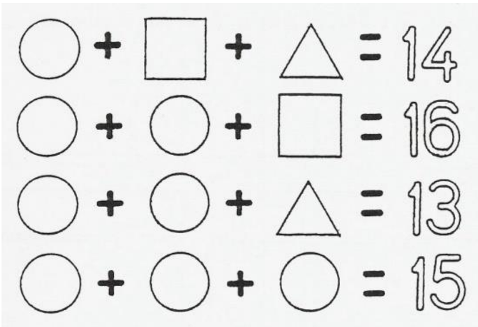
35 = ...

36 = ...

38 = ...

39 = ...

6. Sapendo che a figura uguale corrisponde numero uguale, quali valori assegneresti alle varie figure geometriche?



7. **Semplificare** le seguenti espressioni applicando, quando possibile, le proprietà delle potenze:

- $54-\{(7\cdot 2-4):5+[11-5+7\cdot(8-5)]\cdot 2-6\}$ [4]
- $2^2\cdot 3+7\cdot[(19-7):3+1]-21\cdot(84:3-2-3\cdot 8)$ [5]
- $[(8-2):6+4]\cdot[16-(2^3-2^2)]-[18:(8+1)+2\cdot 7]$ [44]
- $\{[(72:2^3)^2:3^2]\cdot[(32:3^2)^2:2^4]\}:(2^2\cdot 3^2)+128:(2^0+5^2+6)$ [5]
- $[(3^2)^3]^2:(9^3\cdot 9^2)-2\cdot 3+\{[(3^3-3^2):3+7\cdot 2]:5\}^2$ [19]
- $(16^6:4^6)^2:[(10^5:5^5)^2]^2+(2^2)^3-(4^3-4^2):2^4$ [77]
- $[(-4)^3\cdot(+5)^3\cdot(+3)^3]-[(-10)^3\cdot(-2)^3\cdot(-3)^3]$ [0]
- $(-18)^2:(+2^5:2^3)+(-8\cdot 2+5)$ [+70]
- $(+2)^3-\{[7\cdot(-3)]+(-2)^0\}+(-3)^2$ [+37]
- $-(-3)^2+[(-4)^2\cdot(+6)^2:12^2]^2+(-7)^1$ [0]
- $[(-2)^4-2^4]\cdot[3+(-5)]^4+[(-15:3)\cdot(-2)^2]$ [-20]

8. **PROBLEMA.** Pietro riceve in regalo una scatola di costruzioni contenente 255 pezzi di uguale forma e diversi colori:15 rossi, 60 blu, 30 verdi, 150 gialli. Quante costruzioni uguali può comporre? [15]

9. **PROBLEMA.** Carlo un violinista molto preciso, cambia al suo violino le corde Sol, Re e La ogni 42 giorni, mentre sostituisce la corda Mi, più delicata, ogni 28 giorni. Se oggi Carlo cambia le quattro corde, fra quanti giorni le ricambierà tutte e quattro assieme? [84]

NUMERI RAZIONALI E REALI

10. **Trasformare** i seguenti numeri razionali in frazioni ridotte ai minimi termini e disponili in ordine crescente.

- $-\frac{15}{20}$; $-\frac{2}{5}$; 1; $0{,}85$; $\frac{9}{8}$; $-0{,}3$.
- $1{,}3$; $\frac{11}{7}$; $-0,\bar{5}$; $1{,}4\bar{6}$; $-\frac{1}{2}$; $-0{,}55$.

11. **Semplificare** le seguenti espressioni.

- $\frac{3}{14}\cdot\left[\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)+\frac{8}{15}\cdot\frac{3}{4}\right]:\left(\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{6}$ $\left[\frac{1}{5}\right]$
- $\left[\left(3-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(4-\frac{1}{3}\right):\left(\frac{11}{2}\right)^2+\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]^8$ $[1]$
- $\left[\left(\frac{8}{3}\right)^5\cdot\frac{8}{3}\right]^4:\left[\left(\frac{8}{3}\right)^9\cdot\left(\frac{8}{3}\right)^7\right]\cdot\left[\left(\frac{8}{3}\right)^{-1}\right]^6-\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}$ $\left[\frac{1}{9}\right]$
- $\left(\frac{126}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{20}{63}\right)^3:64-3^2\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^0+\frac{7}{23}\cdot\left(\frac{7}{23}\right)^{-1}$ $[0]$
- $2,\bar{8}-\left[\left(0{,}6-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{5}{4}+0{,}2\right]\cdot\frac{10}{21}$ $\left[\frac{23}{9}\right]$
- $\left[(5,\bar{4}-5{,}4)\cdot 3^2+(-3{,}1\bar{6})\cdot\left(-\frac{3}{19}\right)\right]:0{,}3$ $[3]$

12. **Trasformare** le seguenti percentuali in frazioni ridotte ai minimi termini:

$81\% = \frac{81}{100}$; $9{,}3\% =$ $125\% =$ $0{,}44\% =$

13. **Calcolare** i seguenti valori:

il 25% di 3000; il 5% di 18; lo 0,8% di 9800; il 16% di $\frac{4}{3}$

14. **PROBLEMA.** Un triangolo equilatero ha perimetro 30 cm. Se aumenti la lunghezza di ogni lato del 10%, di quanti centimetri aumenta il perimetro del triangolo? [3 cm]

15. **PROBLEMA.** Acquistando l'abbonamento mensile per l'autobus online hai diritto a uno sconto del 5%. Se il prezzo intero dell'abbonamento è euro 32,80, qual è il prezzo scontato? [31,16 euro]

16. **PROBLEMA.** Una tavoletta di cioccolato da 80g contiene 22g di zuccheri. Qual è la percentuale di zuccheri presenti nella cioccolata? [27,5%]

17. **PROBLEMA.** Il prezzo di una rivista è aumentato dell'8% rispetto all'anno scorso. Se quest'anno la rivista costa euro 2,70, quanto costava l'anno scorso? [2,50 euro]

CALCOLO ALGEBRICO

MONOMI E POLINOMI

18. **Vero o falso?**

	V	F
Il monomio $3y^2$ ha grado 2.		
Il monomio $-6a^3b$ ha grado 0 rispetto alla lettera *b*.		
Il grado del monomio $\frac{3}{4}x^2yz^3$ è 6.		
I monomi $7x^3y$ e $\frac{5}{2}ab$ hanno lo stesso grado.		
Il monomio 5 ha grado 0		

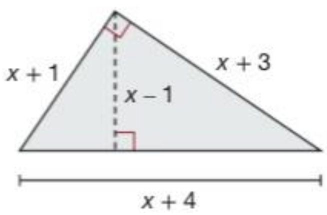
19. **Ordinare** i monomi da quello di grado minore a quello di grado maggiore.

$$abc^3; \qquad -\frac{1}{10}x; \qquad xz^3; \qquad \frac{1}{2}; \qquad 2ab^2c^3; \qquad -5ay.$$

20. **Semplificare** le seguenti espressioni.

- $\frac{1}{6}a^2x - \frac{3}{2}xy + \frac{5}{6}a^2x - \frac{5}{6}ax^2 + \frac{6}{4}xy + \frac{2}{3}ax^2$ $\left[a^2x - \frac{1}{6}ax^2\right]$
- $yz^2 - \frac{3}{4}yz^2 - \left(-\frac{3}{4}yz^2\right) + \left(-\frac{2}{3}yz^2\right) - (-yz^2)$ $\left[\frac{4}{3}yz^2\right]$
- $5ab - (-a) - 7ab + 8a + (-ab) - (+a)$ $[8a - 3ab]$
- $-\left(2xy - \frac{1}{2}xy\right) - \left[-\left(a^2 - \frac{2}{3}xy\right) - (-a^2)\right] + \left[-\left(-\frac{13}{6}xy\right)\right]$ $[0]$

- $(2x-3x-x)\cdot(-x)-3x\cdot(-x)+4\cdot(-x)\cdot(+x)$ $[x^2]$
- $[(3a)\cdot(-b)+2ab]\cdot(-2ab)-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{4}{3}a^2b^2\right)+a\cdot\left[ab^2+\left(-\frac{1}{2}a\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}b^2\right)\right]$ $[4a^2b^2]$
- $-2a^2b^2\cdot(-3a^2b^3)-5a^4b^5-(-4a^8b^6):(-2a^4b)$ $[-a^4b^5]$
- $x^3y:(-xy)+9x^2y:(3y)$ $[2x^2]$
- $25a^2b:(5a)-2ab^2:(-b)-7ab$ $[0]$
- $(3x+2)+(-8+5x)$ $[8x-6]$
- $(x+3x)-(x^2+3)-(-x-3x^2)$ $[2x^2+5x-3]$
- $-2a^2+(a^2+4ab-5ba)-(2ab-3a^2)$ $[2a^2-3ab]$
- $\left(\frac{1}{4}x^2-xy-\frac{2}{3}y^2\right)-\left(\frac{4}{3}y^2+2xy-\frac{3}{4}x^2\right)$ $[x^2-3xy-2y^2]$
- $\frac{1}{2}x^3-\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{2}x\right)+\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x\right)$ $\left[\frac{1}{2}x^3+\frac{4}{3}x^2-x\right]$
- $(a-1)(a+1)+(a-1)^2+2a(1-a)$ $[0]$
- $(a-b)^2+(2a+b)(2a-b)+(5a+10)(2-a)$ $[20-2ab]$
- $(-1+2a)(-1-2a)+(2a+1)^2-2(2a+3)$ $[-4]$
- $(x+3)^2+(4x-1)(1+4x)-3x(2+x)$ $[14x^2+8]$
- $(3a-b)(3a+b)-2a(5a+2b)+(a+2b)^2$ $[3b^2]$



21. **PROBLEMA. Calcolare** il perimetro e l'area della figura, esprimendo il risultato con un polinomio ridotto a forma normale (con x>0).

EQUAZIONI NUMERICHE INTERE

Ricorda:

EQUAZIONI NUMERICHE LINEARI

Sono riconducibili alla forma:
$ax=b$, con $a,b\in\mathbb{R}$.

- Equazione **determinata**:
  $a\neq 0$, $ax=b \rightarrow x=\frac{b}{a}$.

  $2x+4=-x-2$
  $3x=-6$
  $x=-2$

- Equazione **indeterminata**:
  $a=0$ e $b=0$,
  $ax=b \rightarrow 0x=0$.

  $2x\cancel{-1}-x=x\cancel{-1}$
  $2x-x-x=0$
  $0x=0$

- Equazione **impossibile**:
  $a=0$ e $b\neq 0$,
  $ax=b \rightarrow 0x=b$.

  $4x+2-2x=-1+2x$
  $4x-2x-2x=-1-2$
  $0x=-3$

22. **Risolvere** le seguenti equazioni:

- $4x + 2 = 6x - 7$ $\left[\frac{9}{2}\right]$
- $-2x + 3 = 3x$ $\left[\frac{3}{5}\right]$
- $3x - 8 + 2 \cdot (3 - x) = 0$ $[2]$
- $2x - 5 = 5x + 2$ $\left[-\frac{7}{3}\right]$
- $\frac{1}{2}x + 1 = x$ $[2]$
- $3x + 12 - 8x = 2x - 3 - 5x$ $\left[\frac{15}{2}\right]$
- $2 \cdot (1 - x) - 6 = 4 \cdot (1 - x)$ $[4]$
- $2 \cdot (3 - x) + 2x = 4 - (3 - x)$ $[5]$
- $(6x - 2) \cdot 3 - 12x = 2x - 5$ $\left[\frac{1}{4}\right]$
- $5 \cdot (x - 3) + 2(x - 2) = 2x - 24$ $[-14]$
- $3 \cdot (x^2 - 2) + 5x - 2 \cdot (1 - x) = 9 \cdot (x - 2) + 3x^2$ $[5]$
- $(3 - x)(3 + x) + 2x = 9 - x^2$ $[0]$
- $3 \cdot (2 - x) = 2 \cdot \left(3 - \frac{3}{2}x\right)$ [indeterminata]
- $2 \cdot (2x + 1) - 3x = x + 5$ [impossibile]
- $(2 - x)(2 + x) - 2x = x(1 - x) + 1$ $[1]$

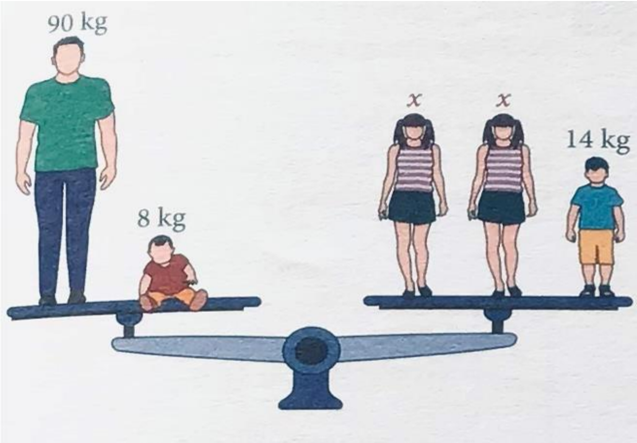
Ricorda come si traduce il testo di problemi aritmetici con equazioni:

Cerchiamo il $\overbrace{\text{numero naturale}}^{\text{incognita } x}$ che aggiunto al suo triplo dà 20. ⟵ problema

equazione risolvente ⟶ $x + 3x = 20 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5$ ⟵ soluzione

La soluzione 5 è un numero naturale, quindi accettabile. ⟵ controllo della soluzione

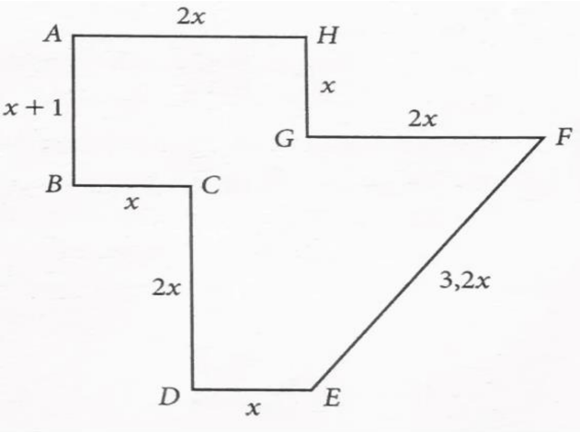
23. Considera l'immagine di lato e utilizzala per scrivere un problema.
Traduci il testo del tuo problema in un'equazione.



24. **PROBLEMA**. Un numero aggiunto al suo quadruplo dà 35. Qual è il numero? [7]

25. **PROBLEMA**. La somma della terza parte di un numero con 2 è uguale a 3. Qual è il numero? [3]

26. **PROBLEMA**. Anna propone a Luca il seguente gioco: pensa un numero, aggiungi 3, triplica il risultato, togli 8, aggiungi 4 e togli il numero pensato. Luca ottiene come risultato 23. Qual è il numero che ha pensato Luca? [9]



27. **PROBLEMA**. Il perimetro del poligono nella figura di lato è 133 cm. Calcola la misura del lato AB. $[11\ cm]$

28. **PROBLEMA**. In figura di lato è rappresentata la pianta del palazzo in cui abita Gianna, con l'orto e il giardino. Osserva le misure riportate sulla figura e calcola, in metri, la dimensione minore del giardino. [28]